UDC: 519.85 DOI: https://doi.org/10.15407/jai2022.01.301

MODERN METHOD OF TOPOLOGY OPTIMIZATION OF PRODUCTS IN ADDITIVE PRODUCTION

G. Yaskov[1], A. Chugay[2], T. Romanova[3], S. Shekhovtsov[4]
[1,2,3,4]A. Pidhornyi Institute of mechanical engineering problems National Academy of Sciences of Ukraine
2/10, Pozharskogo st., Kharkiv, Ukraine, 61046
chugay.andrey80@gmail.com

[1]https://orcid.org/0000-0002-1476-1818
[2]https://orcid.org/0000-0002-4079-5632
[3]https://orcid.org/0000-0002-8618-4917
[4]https://orcid.org/0000-0003-2381-7999

Abstract. The article considers the problem of optimizing the topology of products in additive manufacturing due to the optimal placement of circular holes. The task is to pack several circles of variable radii, set within the limits set by 3D printing standards. A two-criteria formulation is proposed, which takes into account the packing factor and the maximum mechanical stress of the products. The method of the main criterion is used to find a compromise solution to the problem. A new approach has been developed, which is based on the modified method of Apollonian packing of circles and nonlinear optimization. Numerical examples and graphical illustration of the results are given.

Keywords: additive production, topology optimization, two-criteria problem, main criterion method, circle packing, nonlinear optimization.

СУЧАСНИЙ МЕТОД ОПТИМІЗАЦІЇ ТОПОЛОГІЇ ВИРОБІВ У АДДИТИВНОМУ ВИРОБНИЦТВІ

Г. М. Яськов[1], А. М. Чугай[2], Т. Є. Романова[3], С. Б. Шеховцов[4]
[1,2,3,4]Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України
вул. Пожарського, 2/10, м. Харків, Україна, 61046
chugay.andrey80@gmail.com

[1]https://orcid.org/0000-0002-1476-1818
[2]https://orcid.org/0000-0002-4079-5632
[3]https://orcid.org/0000-0002-8618-4917
[4]https://orcid.org/0000-0003-2381-7999

Анотація. У статті розглядається задача оптимізації топології виробів у аддитивному виробництві завдяки оптимальному розміщенню кругових отворів. Задачу зведено до пакування кількох кругів змінних радіусів, заданих у межах, встановлених стандартами 3D-друку. Запропоновано двокритеріальне формулювання, в якому враховуються коефіцієнт пакування та максимальне механічне напруження виробів. Для пошуку компромісного розв’язку задачі застосовано метод головного критерію. Розроблено новий підхід, який грунтується на модифікованому методі Аполонієвих пакувань кругів та нелінійній оптимізації. Наведено числові приклади та графічну ілюстрацію результатів.

Ключові слова: аддитивне виробництво, оптимізація топології, двокритеріальна задача, метод головного критерію, пакування кругів, нелінійна оптимізація.

Вступ

Однією з найважливіших тем сучасного машинобудування є зниження ваги за збереження специфічних характеристик конструкцій, що проєктуються. Такі задачі з суперечливими критеріями пов'язані з прийняттям рішень у сучасному виробничому процесі. Ключовою метою задач є пошук оптимальної геометричної форми та топології розробленого виробу, що забезпечує мінімальну вагу за заданої міцності. З цією метою для пошуку найліпших параметрів конструкції, що задовольняють технологічні й механічні обмеження, використовують методи оптимізації топології [1]. Під час оптимізації топології конструкції рівень

механічних напружень у певній частині конструкції може бути використаний як індикатор неефективного використання матеріалу. У ідеалі рівень напруження має бути рівномірним і близьким до граничного.

Застосування методів оптимізації топології у машинобудуванні - це нова розробка в процедурі проєктування. Найбільший імпульс у своєму розвитку ці методи отримали, коли стало можливим використання адитивних технологій у процесі виробництва [3] замість класичних методів. Аддитивні технології дозволяють розширити асортимент конструкцій.

У останні два десятиліття оптимізація топології стала активним полем для наукових досліджень. Це призвело до використання багатодисциплінарного підходу у пошуках вирішення проблем, в якому одночасно використовують методи механіки твердого тіла, термодинаміки та біології [4].

У роботі [2] розглянуто сучасні методи оптимізації топології.

На сьогодні можна виділити такі основні методи оптимізації топології: SIMP (метод твердого ізотропного матеріалу з пеналізацією), ESO (еволюційна структурна оптимізація), Level-Set (метод встановлення рівня) та їх різні комбінації. Одним з найбільш ефективних застосувань цих методів є оптимізація топології суцільних структур, тобто пошук найліпшого місця розташування та геометрії для отворів (порожнин) у зоні моделювання.

У цій статті ми пропонуємо двокритеріальне формулювання для оптимізації топології на основі кругових отворів, яке враховує як коефіцієнт пакування, так і максимальне механічне напруження виробів.

Задачі пакування кругів (CPP) мають широкий спектр промислових та інженерних застосувань, наприклад, проєктування розміщення об'єктів, задачі складування в скляній, металевій, паперовій, текстильній та деревообробній промисловості тощо.

Як правило, задачі практичної оптимізації мають кілька суперечливих критеріїв. Такі задачі називаються багатокритеріальними. Методи оптимізації для задач багатокритеріальної оптимізації та її застосування розглядають у [5, 6].

У цій роботі ми пропонуємо двокритеріальну формулу для оптимізації топології на основі кругових отворів, яка враховує як коефіцієнт пакування, так і максимальне механічне напруження на вироби. Запропоновано новий підхід до пакування кругів на основі модифікованоого скінченого Аполонієвого пакування кругів (АПК) та оптимізаційних гомотетичних перетворень кругів. Обидва прийоми дозволяють вигідно розмістити круги в багатокутних частинах, мінімізуючи матеріальні витрати. Для знаходження компромісного рішення застосовують метод головного критерію [7].

Відповідно до АПК (див., наприклад, [8]), починаючи з трьох взаємно дотичних кругів, наступні круги додають так, щоб вони були дотичними до трьох кругів, які утворюють чотири взаємно дотичних круги (або дотичні до межі контейнера). Ми модифікуємо АКП, враховуючи верхню межу радіусів кругів та мінімально допустиму відстань між кругами. Деякі круги можна переміщувати всередині контейнера й розміщувати в місцях, які дають змогу збільшити радіуси наступних кругів.

Методи аналізу напруженого стану в частинах з різною геометрією обговорюються в [9, 10].

З кожним роком кількість робіт, що стосуються CPP, дедалі зростає. У [11] подано огляд вибраних робіт, присвячених методам пакування та застосувань CPP. Зазначимо деякі останні статті [12-14]. Потужним інструментом вирішення CPP з нерівними кругами є врахування додаткових змінних метричних характеристик кругів та/або контейнерів (див., наприклад, [13-16]). Найкращі результати для набору еталонних прикладів CPP постійно оновлюються на відомому вебсайті [17].

У роботі [10] запропоновано модель пакування кругів та швидкий евристичний алгоритм для оптимізації геометрії деталей

з урахуванням обмежень DMLS (пряме лазерне спікання металів). Особливістю моделі є те, що радіуси кругів визначено заздалегідь.

У [11] представлено модель та підхід до чисельного рішення щодо пакування яйцеподібних об’єктів довільного розміру та орієнтації в оптимізовані опуклі контейнери. Площу контейнера мінімізують. Стратегія рішення ґрунтується на аналізі множників Лагранжа та нелінійній оптимізації. У рамках універсальної моделі круги та еліпси вважають окремими випадками яйцеклітини.

Метод головного критерію [7] часто використовують для вирішення задач багатокритеріальної оптимізації. У цьому методі оптимізацію проводять лише за одним критерієм, водночас на решту критеріїв накладають обмеження. У [5] досліджують оптимальність рішень Парето, отриманих методом головного критерію.

Двокритеріальну функцію для пакування об’єктів у модулі космічного корабля запропоновано в [18]. Розміри модуля зведено до мінімуму, а також враховують інші критерії, зокрема бажане сусідство між предметами та витрати на пакування.

У роботі [19] використовують генетичний алгоритм оптимізації двокритеріальної топології: мінімізують масу та максимізують ефективність жорсткості на вигин та кручення.

Постановка задачі

Нехай P_0 є багатокутником з вершинами $v_{0i}=(x_{0i},y_{0i}),\ i\in I_0=\{1,2,...,s_0\}$. Визначимо незв’язну багатокутну область

$$P=\bigcup_{l\in I_p} P_l,\qquad P_l\subset P_0,\qquad l\in I_p,$$

$P_l \cap P_j=\varnothing,\ l<j\in I_p=\{1,2,...,n_P\}$,

де

$$P_l=\{(x,y)\in\mathbf{R}^2:\varphi_{ml}(x,y)\ge 0,\ m=1,2,...,M_l\}$$

є опуклими багатокутниками з вершинами $v_{li}=(x_{li},y_{li}),\ \ i\in I_l=\{1,2,...,s_l\}$; $\varphi_{ml}(x,y)=a_{ml}x+b_{ml}y+c_{ml}=0$, $l\in I_p$, є нормальними рівняннями ребер P_l, $l\in I_p$. Нехай також визначено набір кругів

$$C_q=C_q(v_q,r_q)=\{(x,y)\in\mathbf{R}^2:(x-x_q)^2+(y-y_q)^2\le r_q^2\}$$

із змінними радіусами r_q та вектори трансляції $v_q=(x_q,y_q)$, $q\in I_N=\{1,2,...,N\}$, $0<r^-\le r_q\le r^+\le\hat r^+$, r^-, r^+ є нижнім та верхнім дозволеними значеннями для r_q, $\hat r^+$ – максимально можливий радіус круга, в який можна вписати P_l, $l\in I_p$.

Умови пакування кругів $C_q(v_q,r_q)$, $q\in I_N$, в область P визначають наступним чином.

Розміщення $C_q(v_q,r_q)$ у P

$$C_q(v_q,r_q)\subset P\Leftrightarrow \operatorname{int}C_q(v_q,r_q)\cap P^*=\varnothing,\quad q\in I_N, \tag{1}$$

де $P^*=\mathbb{R}^2\setminus\operatorname{int}P$.

Мінімально допустима відстань між $C_q(v_q,r_q)$ та $C_g(v_g,r_g)$,

$$\operatorname{dist}(C_q(v_q,r_q),C_g(v_g,r_g))\ge\rho,\quad (q,g)\in\Theta_l,\quad l\in I_p,\ \rho>0 \tag{2}$$

де

$$\operatorname{dist}(C_q(v_q,r_q),C_g(v_g,r_g))=\min_{a\in C_q(v_q,r_q),\ b\in C_g(v_g,r_g)}\rho(a,b),$$

$\rho(a,b)$ - це евклідова відстань між точками $a,b\in\mathbb{R}^2$,

$$\Theta_l=\{(q,g):C_q(v_q,r_q)\subset P_l,\ C_g(v_g,r_g)\subset P_l,\ q<g\}.$$

Задачу двокритеріальної оптимізації топології кругів в багатокутну область формулюють у такий спосіб.

Розмістити круги $C_q(v_q,r_q)$, $q\in I_N$, у області P, забезпечуючи розміщення λ_l кругів у багатокутник P_l, $l\in I_p$, $\sum_{l\in I_p}\lambda_l=n\le N$ та обмеження на відстані (2), з максимальним коефіцієнтом пакування та мінімальним максимальним механічним напруженням.

Умови пакування (1), (2) аналітично описані за допомогою методу Ф-функції [20], що дає змогу подати математичну модель як таку двокритеріальну задачу:

$$\max\{\kappa(\omega), -\sigma(\omega)\} \tag{3}$$

за умови $\omega \in W$,

де $\omega = (v, r)$ є вектором змінних; $v = (v_1, v_2, ..., v_n)$ є вектором змінних параметрів розміщення; $r = (r_1, r_2, ..., r_n)$ - вектор змінних радіусів кругів; функція

$$\kappa(\omega) = \pi \sum_{q \in I_n} r_q^2 \tag{4}$$

- загальна сума площ кругів; $\sigma(\omega)$ є неявною функцією, яка визначає максимальне механічне напруження залежно від вектора v координат центрів кругів і вектора r радіусів кругів;

$$W = \{\omega \in \mathbf{R}^{3n} : \hat{\Phi}_{qg}(v_q, v_g, r_q, r_g) - \rho \geq 0,$$
$$(q, g) \in \Theta_l,\ l \in I_p, \Phi_q(v_q, r_q) \geq 0,\ q \in I_n,$$
$$r_q - r_q^- \geq 0,\ q \in I_n,\ -r_q + r_q^+ \geq 0,\ q \in I_n\}$$

є областю допустимих рішень;

$$\hat{\Phi}_{qg}(v_q, v_g, r_q, r_g) = (x_q - x_g)^2 + $$
$$+(y_q - y_g)^2 - (r_q + r_g + \rho)^2 ,$$

є псевдонормалізованою Ф-функцією кругів C_q та C_g , $(q, g) \in \Theta_l$;

$$\Phi_q(v_q, r_q) = \max_{l \in I_p}\{\min_{m=1,2,...,M_l}\{\varphi_{ml}(v_q) - r_q\}\}$$

є Ф-функцією круга C_q , $q \in I_n$, і множини $P^* = \mathbf{R}^2 \setminus \mathrm{int}\, P$.

Нерівність $\hat{\Phi}_{qg}(v_q, v_g, r_q, r_g) \geq 0$ забезпечує умову (2) для кругів C_q та C_g , $(q, g) \in \Theta_l$, і нерівність $\Phi_q(v_q, r_q) \geq 0$ – умову (1) для розміщення круга C_q у багатокутнику P .

Функції $\kappa(\omega)$ та $-\sigma(\omega)$ є конкурентними. Отже, наша мета – знайти компромісне рішення двокритеріальної задачі (3) – (5).

Підхід до вирішення задачі

Для вирішення задачі (3) – (5) ми використовуємо стратегію мультистарту [21].

Стратегія вирішення.

За заданого значення максимального механічного напруження ми вирішуємо задачу за методом головного критерію [7], в якому задачу (3) – (5) зводять до однокритеріальної

$$\max \kappa(\omega) \tag{6}$$

за умови $\omega \in W'$,

$$W' = \{\omega \in W \ | -\sigma(\omega\ ) + \varepsilon \geq 0\} .$$

Основна мета – максимізувати суму квадратів радіусів кругів, які потрібно розмістити. Неперервне відстеження механічних напружень є складною задачею. Важливе значення має граничне значення ε механічних напружень.

Тимчасово послабимо нерівність

$$-\sigma(\omega\ ) + \varepsilon \geq 0 \tag{7}$$

5)

Тоді можна апостеріорно оцінити максимальне механічне напруження для отриманої топології області $P_0 \setminus \mathrm{int} \bigcup_{i=1}^{n} C_i(\omega^*)$ та перевірити умову (7) у точці локального максимуму ω^*.

Якщо умова (7) є справедливою, тобто $-\sigma(\omega^*) + \varepsilon \geq 0$, тоді існує допустима точка задачі (6) – (7). У противному разі обчислимо іншу точку локального максимуму ω^{**} і повторюємо процедуру, доки не буде виконано (7).

Задачу (6) - (7) зведемо до l підзадач, окремо для кожного багатокутника P_l , $l \in I_p$. Наша мультистартова стратегія має такі основні етапи.

Етап 1. Використовуючи алгоритм 1 на основі пакування рівних кругів [14], визначають нижню межу λ_l^- кількості λ_l кругів, які можна розмістити у відповідному багатокутнику P_l , $l \in I_p$ з максимальним коефіцієнтом. Будують точку u_l^* .

Етап 2. За алгоритмом 2 на основі АПК обчислюють допустимі точки для задачі (6), починаючи з точки u_l^* [8]. Будують точку w_l^*.

Етап 3. Використовуючи IPOPT [22], обчислюють точки локальних максимумів задачі (6) – (7), починаючи з точки $\omega^0 = (w_1^*, w_2^*, ..., w_{n_p}^*)$.

Етап 4. Вибирають найкращу точку локального максимуму, що задовольняє нерівність (7), знайдену на етапі 3.

Детально розглянемо нашу стратегію рішення.

Алгоритм 1. Пошук нижньої межі кількості кругів

Результати пакування сильно залежать від кількості кругів та початкових точок. Ми використовуємо ідею АПК. За даними АПК, круги розміщують таким чином, щоб вони торкалися трьох інших кругів [8]. Для роботи АПК будують початкову конфігурацію дотичних кругів. Для цього реалізують пакування рівних кругів з радіусом r^+ (якщо це є можливим). Задачу класифікують як IIPP (проблема пакування ідентичних кругів) [23]. Алгоритм ґрунтується на моделях, описаних у [14].

Ми розглядаємо пакування кругів у багатокутнику P_l, $l \in I_p$. Нехай розміщено $n_{l-1} = \sum_{j=1}^{l-1} \lambda_j$ кругів в багатокутники P_j, $j = 1, 2, ..., l-1$. Тепер розмістимо C_q, $q = n_1 + 1$. За умовою, r_q обмежене зверху r^+, що може бути загалом меншим за максимально можливий радіус r_l^+, $l \in I_p$, круга $C_q(v_q, r_l^+)$, вписаного в P_l. За таких умов центр v_q круга $C_q(v_q, r^+)$ може вільно рухатися в багатокутній множині $\hat{P}_l \subset P_l$ (рис. 1), яка задає можливі координати центрів $C_q(v_q, r^+)$ у P_l.

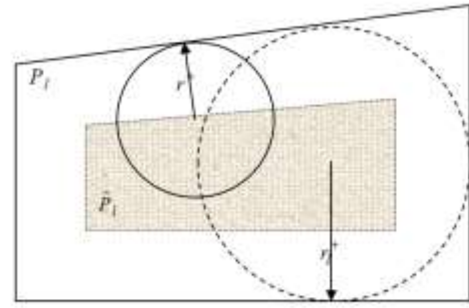


Рис. 1. Розміщення першого круга в P_l

Обирають випадкове положення центра круга, а потім виконують покрокову процедуру послідовного додавання наступних кругів, відповідно до алгоритму, описаного в [14, 24]. Якщо круг з радіусом r^+ не можна розмістити в P_l, переходять до етапу 2 (АПК), починаючи з круга з максимально можливим радіусом r_l^*, $l \in I_p$. Якщо для круга є кілька можливих місць, вибирають місце, для якого круг є дотичним до максимальної кількості ребер багатокутника.

Розв’язують задачі

$$\max r_{q+k}, \ k = 0, 1, 2, ..., k_l^* \quad u_l^{(k)} \in W_l^{(k)} \tag{8}$$

де $u_l^{(k)} = (x_q, y_q, r_q) \in W_l^{(k)} \subset \mathbf{R}^3$, якщо $k = 0$ та $u_l^{(k)} = (x_q, y_q, ..., x_{q+k}, y_{q+k}, r_{q+k}) \in W_l^{(k)} \subset \mathbf{R}^{2k+3}$ для $k = 1, 2, ..., k_l^*$;

$$w_l^{(k)} = \{ u_l^{(k)} \in \mathbf{R}^{2k+3} : \psi_{ml}(x_q, y_q) - r_q \ge 0, \ m = 1, 2, ..., M_l, \ l \in I_p,$$

$$\left(x_{q+j-1} - x_{q+t-1}\right)^2 + \left(y_{q+j-1} - y_{q+t-1}\right)^2 - \left(2r^+ + \rho\right)^2 \ge 0,$$

$$j, t = 1, 2, ..., k, \ j < t, \quad k \in \{2, ..., k^*\},$$

$$\left(x_{q+j-1} - x_{q+k}\right)^2 + \left(y_{q+j-1} - y_{q+k}\right)^2 - \left(r_q^+ + r_{q+k} + d\right)^2 \ge 0,$$

$$j = 1, 2, ..., k, \ k \in \{1, .2, .., k_l^*\} \}.$$

Обчислюють локальний максимум задачі (8) - (9). Якщо $r^*_{q+k} = r^+$, то продовжують розв'язання задачі (8) - (9) для наступного значення k, враховуючи $u_l^{(k)*} = (x^*_q, y^*_q, ..., x^*_{q+k-1}, y^*_{q+k-1}, x_{q+k}, y_{q+k}, 0)$, де x_{q+k}, y_{q+k} обирають випадковим чином ($u_l^{(k)*} \in W_l^{(k)}$). Якщо $r^*_{q+k} < r^+$, ітераційний процес зупиняють.

Точка

$$U_l^* = (v_l^*, r_l^*) = (x_q^*, y_q^*, \dots, x^*_{q+k-1}, y^*_{q+k-1}, x^*_{q+k}, y^*_{q+k}, r^+, \dots, r^+, r^*_{q+k^*_l - 1})$$

- це результат роботи алгоритму. Тоді $k = k_l^*$, круг $C_{q+k_l^*}$ торкається принаймні трьох кругів (або межі P_l) і він є першим колом, відповідно до АПК (рис. 2).

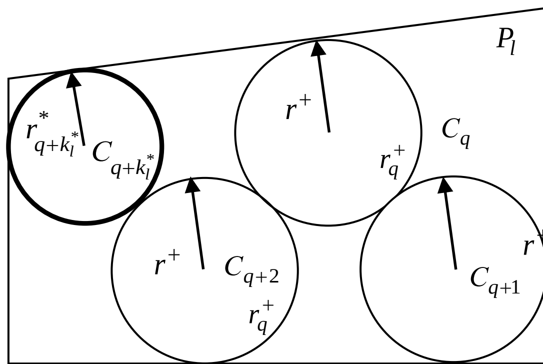


Рис. 2. Побудова конфігурації, відповідно до АПК

Алгоритм 2. Побудова допустимих початкових точок

Якщо r^*_{q+k} є строгим локальним максимумом задачі (6) – (7), то круги $C_q, C_{q+1}, ..., C_{q+k_l^*}$ є жорстко закріпленими, утворюючи «заклинене» пакування [25]. Відповідно до АПК, розміщують наступні круги $C_{q+k_l^*+1}, C_{q+k_l^*+2}, ..., C_{q+\lambda_l-1}$, починаючи з радіуса $r^*_{q+k_l^*+k_{ASP}+1}$, де k_{ASP} - кількість додаткових кругів після роботи АПК (рис. 3). Таким чином, отримують точку

$$w_l^* = (x_q^*, y_q^*, \dots, x_{q+\lambda_l-1}, y_{q+\lambda_l-1}, r^+, \dots, r^*_{q+k_l^*}, \dots, r^*_{q+\lambda_l-1}).$$

Загальна кількість кругів, розміщених у P_l є $\lambda_l = k_l^* + k_{ASP}$. Значення радіусів належать сегменту $[r^-, r^+]$.

Локальна оптимізація

Після побудови початкового розміщення для кожного багатокутника P_l, $l \in I_p$, загальна кількість кругів – $n = \sum_{l \in I_p} \lambda_l$.

Переходимо до задачі (6) - (7). Обчислюємо точку локального максимуму, а потім будуємо початкову точку $\omega^0 = (w_1^*, w_2^*, ..., w_{n_p}^*)$. Для розв'язання задачі нелінійного програмування використо-вують розв'язувач IPOPT [23] разом зі стратегією декомпозиції [15].

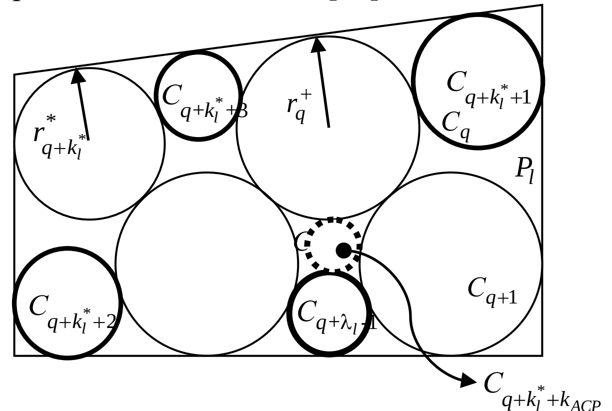


Рис. 3. Розміщення круга, відповідно до АПК

Обчислюють декілька точок локального максимуму та впорядковуються у порядку зменшення $\kappa(\omega)$ (див. задачі (6) – (7)). Якщо немає точки, що задовольняє граничне значення σ_a (див. (7)), обчислюють нові точки локального максимуму або обирають компромісне значення $\sigma_a - \Delta\sigma$. Розрахунок значень механічних напружень у цій роботі не розглядається. Ми посилаємося на [10].

Як показують обчислення, точки локальних максимумів близькі або збігаються з вихідними точками, побудованими відповідно до АПК.

Числові результати

Ми розглядаємо контрольний приклад, представлений у [10]. Досліджено залежність кількості розміщених кругів та щільності пакування від мінімально допустимої відстані між кругами.

Приклад 1. P_0 задано 11 вершинами $v_{01}=(0,0)$, $v_{02}=(0,9)$, $v_{03}=(18,9)$, $v_{04}=(5,28)$, $v_{05}=(0,33)$, $v_{05}=(0,40)$, $v_{06}=(0,40)$, $v_{07}=(60,40)$, $v_{08}=(76,34)$, $v_{09}=(98,11)$, $v_{0,10}=(100,6)$, $v_{0,11}=(100,0)$. $P=\bigcup_{l\in I_p} P_l$, де $I_P=\{1,2,...,5\}$, вершинами P_l, $l\in I_p$, є $v_{11}=(22,31)$, $v_{12}=(35,27)$, $v_{13}=(6,8)$; $v_{21}=(40,25)$, $v_{22}=(54,9)$, $v_{23}=(12,7)$; $v_{31}=(44,30)$, $v_{32}=(68,12)$, $v_{33}=(59,8)$, $v_{34}=(42,28)$; $v_{41}=(42,36)$, $v_{42}=(63,36)$, $v_{43}=(89,30)$, $v_{34}=(73,13)$; $v_{51}=(74,37)$, $v_{52}=(95,37)$, $v_{53}=(91,31)$, $v_{54}=(74,35)$.

Мінімальна дозволена відстань між кругами становить $\rho=0$; $r^-=0.5$; $r^+=5$;

Загальна кількість кругів, розміщених у P є $n=91$ ($\lambda_1=15,\lambda_2=23,\lambda_3=14,\lambda_4=31,\lambda_5=8$). Значення критерію у вихідній точці (АПК) становить $\kappa(\omega^0)=361.3287$, а в точці локального максимуму – $\kappa^*=362.0946$. Ілюстрацію розміщених кругів наведено на рис. 4. Цей приклад має значення для максимізації коефіцієнта пакування і немає сенсу через нескінчену механічну напругу за $\rho=0$.

Приклад 2. Див. приклад 1. $\rho=0.5$. Значення критерію у вихідній точці - це $\kappa(\omega^0)=317.9666$, а у точці локального максимуму – $\kappa^*=319.3224$. Ілюстрацію показано на рис 5: $n=66$ ($\lambda_1=11$, $\lambda_2=19$, $\lambda_3=10$, $\lambda_4=21$, $\lambda_5=5$).

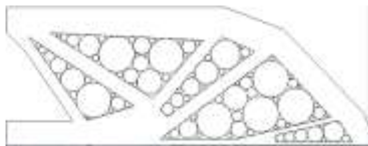


Рис. 4. Розміщення кругів, відповідно до прикладу 1

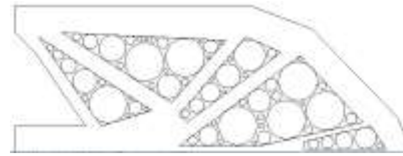


Рис. 5. Розміщення кругів, відповідно до прикладу 2

Приклад 3. Див. приклад 1. $\rho=0.75$. $\kappa(\omega^0)=301.0078$, $\kappa^*=301.7119$. Ілюстрацію показано на рис. 6: $n=50$ ($\lambda_1=8$, $\lambda_2=12$, $\lambda_3=8$, $\lambda_4=17$, $\lambda_5=5$).

Приклад 4. Див. приклад 1. $\rho=1$. $\kappa(\omega^0)=288.9095$, $\kappa^*=289.7335$. Ілюстрацію показано на рис. 7: $n=47$ ($\lambda_1=8$, $\lambda_2=12$, $\lambda_3=8$, $\lambda_4=14$, $\lambda_5=5$).

Для всіх прикладів час виконання становить 30 секунд.

Як показують результати обчислень, зі збільшенням мінімально допустимої відстані між колами внесок великих кіл у загальну площу кола збільшується, оскільки він пропорційний квадратам радіусів кола. Очевидно, це призводить до зменшення кількості кіл з малими радіусами та збільшення радіусів інших кіл.

У зв'язку з цим, вибір ρ має значення. Вибирається компромісне значення: занадто низьке значення може призвести до низької якості друку через технічні особливості процесу, а надто велике спричиняє додаткову витрату матеріалу. Крім того, другорядна мета $\sigma(\omega)$ на нього може впливати зміна значень ρ, r^- та r^+.

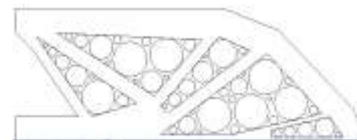


Рис. 6. Розміщення кругів, відповідно до прикладу 3

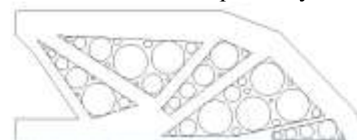


Рис. 7. Розміщення кругів, відповідно до прикладу 4

Висновки

Оптимізація топології є ключовим моментом в аддитивному виробництві. Моделі макетів із круговими отворами допомагають скоротити матеріальні витрати, відповідаючи вимогам міцності.

У цій роботі досліджено двокритеріальну модель оптимізації. Запропоновано швидкий ефективний алгоритм пакування, який грунтується на Аполонієвому пакуванні кругів, нелінійному програмуванні та методі головного критерію. Підхід дає змогу оцінити кількість необхідних кругових перфорацій та знайти розв'язок задачі, максимізуючи коефіцієнт пакування та дотримуючись граничного значення механічних напружень.

Подальші дослідження можуть бути спрямовані на одночасний аналіз площі, охопленої кругами та механічних напружень під час процесу оптимізації з урахуванням умов балансування
[21,26, 27].

Робота частково підтримується «Програмою державних пріоритетних наукових досліджень та технологічних (експериментальних) розробок Відділення фізико-технічних проблем енергетики Національної академії наук України» та Національним науково-дослідним фондом України (02.2020/167).

References

1. O. Sigmund, K. Maute, Struct topology optimization approaches, Structural and Multidisciplinary Optimization 48 (2013) 1031–1055. doi:10.1007/s00158-013-0978-6.
2. J. Liu, Y. Ma, A survey of manufacturing oriented topology optimization methods, Advances in Engineering Softwar 100 (2016) 161–175. doi:10.1016/j.advengsoft.2016.07.017.
3. A. Ramya, S. I. Vanapalli, 3D printing technologies in various applications, International Journal of Mechanical Engineering and Technology 7 (2016) 396–409. Available from: http://www.iaeme.com/ currentissue.asp?JType=IJMET&VType=7&IType =3.
4. J. D. Deaton, R. V. Grandhi, A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000, Structural and Multidisciplinary Optimization 49 (2014) 1–38. doi:10.1007/s00158-013-0956-z.
5. K. Miettinen, Nonlinear Multiobjective Optimization, Springer Science & Business Media, 2012.
6. N. Gunantara, Q. Ai, A review of multi-objective optimization: Methods and its applications, Cogent Engineering, 5:1 (2018). doi:10.1080/23311916.2018.1502242.
7. Chernoruckii I. G. Metodi prinyatiya reshenii. — SPb._ BHV_Peterburg_ 2005. — 416 s.
8. W. Chen, M. Jiao, C. Kessler, A. Malik, X. Zhang, Spatial Statistics of Apollonian Gaskets, Experimental Mathematics 28 (2019) 263270. doi:10.1080/10586458.2017.1385037.
9. F. J. Kampas, J. D. Pintér, I. Castillo, Packing ovals in optimized regular polygons, J Glob Optim 77 (2020) 175–196. doi:10.1007/s10898-019-00824-8.
10. S. P. Fekete, S. Morr, C. Scheffer, Split Packing: Algorithms for Packing Circles with Optimal Worst-Case Density, Discrete Comput Geom 61 (2019) 562–594. doi:10.1007/s00454-018-0020-2.
11. Y. Stoyan, G. Yaskov, T. Romanova, I. Litvinchev, S. Yakovlev, J. M. Velarde Cantú, Optimized packing multidimensional hyperspheres: a unified approach, Math Biosci Eng. 17 (2020) 6601–6630. doi:10.3934/mbe.2020344.
12. S. Yakovlev, O. Kartashov, K. Korobchynskyi, B. Skripka, Numerical Results of Variable Radii Method in the Unequal Circles Packing Problem, in: Proceedings of 2019 IEEE 15th International Conference on the Experience of Designing and Application of CAD Systems (CADSM), Polyana, Ukraine, 2019, pp. 1–4. doi:10.1109/CADSM.2019.8779288.
13. Y. Stoyan, G. Yaskov, Packing equal circles into a circle with circular prohibited areas, International Journal of Computer Mathematics 89 (2012) 1355–1369. doi:10.1080/00207160. 2012.685468.
14. S. Yakovlev, The Expanding Space Method in Sphere Packing Problem, in: S. Babichev, V. Lytvynenko, W. Wójcik, S. Vyshemyrskaya (Eds.), Lecture Notes in Computational Intelligence and Decision Making, ISDMCI 2020, Advances in Intelligent Systems and Computing, volume 1246, Springer, Cham, 2021, pp. 151–163. doi:10.1007/978-3-030-54215-3_10.
15. E. Specht, www.packomania.com, 2020. Available from: http://packomania.com.
16. I. Yanchevskyi, R. Lachmayer, I. Mozgova, R-B. Lippert, G. Yaskov, T. Romanova, I. Litvinchev, Circular packing for support-free structures, EAI Endorsed Transactions 7 (2020). doi:10.4108/eai.13-7-2018.164561.
17. R. A. Alaimo, Overlap Packing Optimization for Spacecraft Layout Design. M.S. thesis. The University of North Carolina, Charlotte, NC, 2018.
18. J Lim, C. You, I. Dayyani, Multi-objective topology optimization and structural analysis of periodic spaceframe structures, Materials & Design 190 (2020) 108552. doi:10.1016/ j.matdes.2020.108552.

19. T. Romanova, Y. Stoyan, A. Pankratov, I. Litvinchev, I. Yanchevsky, I. Mozgova, Optimal Packing in Additive Manufacturing, IFAC-PapersOnLine 52 (2019) 2758–2763. doi:10.1016/j.ifacol.2019.11.625.
20. E. M. Kiseleva, Y. E. Kadochnikova, Solving a Continuous Single-product Problem of Optimal Partitioning with Additional Conditions, Journal of Automation and Information Sciences 41 (2009) 48–63. doi: 10.1615/JAutomatInfScien.v41.i7.30.
21. N. Chernov, Y. Stoyan, T. Romanova, Mathematical model and efficient algorithms for object packing problem, Computational Geometry: Theory and Applications 43 (2014) 535–553. doi:10.1016/j.comgeo.2009.12.003.
22. P. I. Stetsyuk, T. E. Romanova, G. Scheithauer, On the global minimum in a balanced circular packing problem, Optim Lett 10 (2016) 1347–1360. doi:10.1007/s11590-015-0937-9.
23. A. Wächter, L. T. Biegler, On the implementation of a primal-dual interior point filter line search algorithm for large-scale nonlinear programming, Math. Program. 106 (2006) 25–57. doi:10.1007/s10107-004-0559-y.
24. G. Waescher, H. Haussner, An improved typology of cutting and packing problems. European Journal of Operational Research 183 (2007) 1109–1130. doi:10.1016/j.ejor.2005.12.047.
25. G. Yaskov, A. Chugay, Packing equal spheres by means of the block coordinate descent method, CMIS (2020) 156–168.
26. S. Torquato, A. Donev, F. H. Stillinger, Breakdown of elasticity theory for jammed hard-particle packings: conical nonlinear constitutive theory, International Journal of Solids and Structures 40 (2003) 7143–7153. doi:10.1016/S0020-7683(03)00359-7.
27. A. V. Pankratov, T. E. Romanova, A. M. Chugay, Y.E. Stojan. Optimization of packing polyhedra in spherical and cylindrical containers. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, -№4 (1), pp. 39-47 (2016).

Література

1. O. Sigmund, K. Maute, Struct topology optimization approaches, Structural and Multidisciplinary Optimization 48 (2013) 1031–1055. doi:10.1007/s00158-013-0978-6.
2. J. Liu, Y. Ma, A survey of manufacturing oriented topology optimization methods, Advances in Engineering Softwar 100 (2016) 161–175. doi:10.1016/j.advengsoft.2016.07.017.
3. A. Ramya, S. I. Vanapalli, 3D printing technologies in various applications, International Journal of Mechanical Engineering and Technology 7 (2016) 396–409. Available from: http://www.iaeme.com/currentissue.asp?JType=IJMET&VType=7&IType=3.
4. J. D. Deaton, R. V. Grandhi, A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000, Structural and Multidisciplinary Optimization 49 (2014) 1–38. doi:10.1007/s00158-013-0956-z.
5. K. Miettinen, Nonlinear Multiobjective Optimization, Springer Science & Business Media, 2012.
6. N. Gunantara, Q. Ai, A review of multi-objective optimization: Methods and its applications, Cogent Engineering, 5:1 (2018). doi:10.1080/23311916.2018.1502242.
7. Черноруцкий И. Г. Методы принятия решений. — СПб.: БХВ-Петербург, 2005. — 416 с .
8. W. Chen, M. Jiao, C. Kessler, A. Malik, X. Zhang, Spatial Statistics of Apollonian Gaskets, Experimental Mathematics 28 (2019) 263270. doi:10.1080/10586458.2017.1385037.
9. F. J. Kampas, J. D. Pintér, I. Castillo, Packing ovals in optimized regular polygons, J Glob Optim 77 (2020) 175–196. doi:10.1007/s10898-019-00824-8.
10. S. P. Fekete, S. Morr, C. Scheffer, Split Packing: Algorithms for Packing Circles with Optimal Worst-Case Density, Discrete Comput Geom 61 (2019) 562–594. doi:10.1007/s00454-018-0020-2.
11. Y. Stoyan, G. Yaskov, T. Romanova, I. Litvinchev, S. Yakovlev, J. M. Velarde Cantú, Optimized packing multidimensional hyperspheres: a unified approach, Math Biosci Eng. 17 (2020) 6601–6630. doi:10.3934/mbe.2020344.
12. S. Yakovlev, O. Kartashov, K. Korobchynskyi, B. Skripka, Numerical Results of Variable Radii Method in the Unequal Circles Packing Problem, in: Proceedings of 2019 IEEE 15th International Conference on the Experience of Designing and Application of CAD Systems (CADSM), Polyana, Ukraine, (2019), pp. 1–4. doi:10.1109/CADSM.2019.8779288.
13. Y. Stoyan, G. Yaskov, Packing equal circles into a circle with circular prohibited areas, International Journal of Computer Mathematics 89 (2012) 1355–1369. doi:10.1080/00207160. 2012.685468.
14. S. Yakovlev, The Expanding Space Method in Sphere Packing Problem, in: S. Babichev, V. Lytvynenko, W. Wójcik, S. Vyshemyrskaya (Eds.), Lecture Notes in Computational Intelligence and Decision Making, ISDMCI 2020, Advances in Intelligent Systems and Computing, volume 1246, Springer, Cham, 2021, pp. 151–163. doi:10.1007/978-3-030-54215-3_10.
15. E. Specht, www.packomania.com, 2020. Available from: http://packomania.com.
16. I. Yanchevskyi, R. Lachmayer, I. Mozgova, R-B. Lippert, G. Yaskov, T. Romanova, I. Litvinchev, Circular packing for support-free structures, EAI Endorsed Transactions 7 (2020). doi:10.4108/eai.13-7-2018.164561.
17. R. A. Alaimo, Overlap Packing Optimization for Spacecraft Layout Design. M.S. thesis. The University of North Carolina, Charlotte, NC, 2018.
18. J. Lim, C. You, I. Dayyani, Multi-objective topology optimization and structural analysis of periodic spaceframe structures, Materials & Design 190 (2020) 108552. doi:10.1016/ j.matdes.2020.108552.

19. T. Romanova, Y. Stoyan, A. Pankratov, I. Litvinchev, I. Yanchevsky, I. Mozgova, Optimal Packing in Additive Manufacturing, IFAC-PapersOnLine 52 (2019) 2758–2763. doi:10.1016/j.ifacol.2019.11.625.
20. E. M. Kiseleva, Y. E. Kadochnikova, Solving a Continuous Single-product Problem of Optimal Partitioning with Additional Conditions, Journal of Automation and Information Sciences 41 (2009) 48–63. doi: 10.1615/JAutomatInfScien.v41.i7.30.
21. N. Chernov, Y. Stoyan, T. Romanova, Mathematical model and efficient algorithms for object packing problem, Computational Geometry: Theory and Applications 43 (2014) 535–553. doi:10.1016/j.comgeo.2009.12.003.
22. P. I. Stetsyuk, T. E. Romanova, G. Scheithauer, On the global minimum in a balanced circular packing problem, Optim Lett 10 (2016) 1347–1360. doi:10.1007/s11590-015-0937-9.
23. A. Wächter, L. T. Biegler, On the implementation of a primal-dual interior point filter line search algorithm for large-scale nonlinear programming, Math. Program. 106 (2006) 25–57. doi:10.1007/s10107-004-0559-y.
24. G. Waescher, H. Haussner, An improved typology of cutting and packing problems. European Journal of Operational Research 183 (2007) 1109–1130. doi:10.1016/j.ejor.2005.12.047.
25. G. Yaskov, A. Chugay, Packing equal spheres by means of the block coordinate descent method, CMIS (2020) 156–168.
26. S. Torquato, A. Donev, F. H. Stillinger, Breakdown of elasticity theory for jammed hard-particle packings: conical nonlinear constitutive theory, International Journal of Solids and Structures 40 (2003) 7143–7153. doi:10.1016/S0020-7683(03)00359-7.
27. A.V. Pankratov, T.E. Romanova, A.M. Chugay, Y.E. Stojan. Optimization of packing polyhedra in spherical and cylindrical containers. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, -№4 (1), pp. 39-47 (2016).

Стаття надійшла до редакції 22.03.22
Після обробки 24.04.22